



TITLE:

DEAゲームの凸性 (数理最適化から見た「凸性の深み,非凸性の魅惑」)

AUTHOR(S):

中林, 健; 刀根, 薫

CITATION:

中林, 健 ...[et al]. DEAゲームの凸性 (数理最適化から見た「凸性の深み,非凸性の魅惑」). 数理解析研究所講究録 2004, 1349: 204-220

ISSUE DATE:

2004-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/24871>

RIGHT:

DEA ゲームの凸性

政策研究大学院大学 中林 健(Ken Nakabayashi)

政策研究大学院大学 刀根 薫(Kaoru Tone)

National Graduate Institute for Policy Studies

1. はじめに

多様な項目についての単位や次元の異なる評価値を総体的に評価するときには、項目間にウェイトを付けなければならない。ただし、ウェイトの付け方によって全く異なる評価結果が算出されるため、評価に対する意見の相違を調整して合意形成を図らなければならないような配分問題において、ウェイトの設定は評価される側にとり大きな関心事となってくる。効用・利害の方向性が一致しないプレイヤーの間では、各々のプレイヤーが利己的な動機に基づいて指向する評価基準がプレイヤー間で乖離するために、皆が納得できる落とし所を見出すことが困難となる。こうして発生する「評価基準を巡る意見調整の難航」は、現実社会の中で広く見られる問題である。

「評価基準を巡る意見調整の難航」においてプレイヤー間の合意を形成するための一つの方法は、客観的な価値基準の存在を前提として、唯一の評価基準を定めてすべてのプレイヤーをその基準に従わせることである。この方法に対して、著者らは、次元の異なる多様な評価基準の中で客観性を仮定することは時として現実的ではないと考えて、客観的な価値基準の存在を前提としないアプローチを試みた。その結果、オペレーションズ・リサーチの代表的手法である DEA (Data Envelopment Analysis) と協力ゲーム理論を利用した「DEA ゲーム」を考案した (文献[4])。本稿では、この新たな「DEA ゲーム」を紹介することを大きな目的とする。

論述の流れは、2 章において「評価基準を巡る意見調整の難航」の具体的な事例を挙げ、DEA の「可変ウェイト」の表記法を用いて問題を数式理論により記述する。これにより確認されるジレンマを「エゴイストによるジレンマ (Egoist's Dilemma)」と新たに称することとし、この問題に対する本研究独自のアプローチについて説明する。さらに 3 章において「エゴイストによるジレンマ」の発生を理論的に考察した上で、4 章では問題に解を与えるための提携形ゲーム——DEA ゲームを構築する。ここで注意を要するのは、DEA ゲームは既存の提携形ゲームと比べて「効用」や「提携」の考え方が異なっており、結果として、経済学の問題とは異なる「政治的な」現象を表現することである。戸惑われることの無いように、論述の中で従来との相違を明確にできるよう努める。特に、4 章中の一節を使って、DEA ゲームがドイツの政治学者カール・シュミットによる「政治的なものの概念」(文献[8])を理論的に表現することを説明する。そして 5 章では、DEA ゲームの特徴的な数学的性質の中からシャープレイ値と凸性に関するものを取り上げて紹介する。シャープレイ値は極めて均整が取れた配分点であり、「政治的な争い」の妥協点として相応しい解であると考えることができる。最後に、6 章において本研究のまとめを述べる。

2. 問題提起

本章では、本研究が対象とする評価基準を巡る問題の具体例を幾つか示しつつ、問題の解決に向けて本研究が目指す独自のアプローチについて説明する。

2.1. 評価基準を巡る問題 1

最初に、大学から提出された申請書に基づいて新規研究の有益性を評価し、補助金の配分率を決定しなければならない問題を考える。その際に、①「学術的貢献」、②「社会的貢献」、③「範囲と目的の適切性」、④「実現可能性」の4項目について4段階評価で専門家による採点を実施するものとする。表1では、与えられた採点値の下で、まずは基準①～④の単位当たりの価値が2:3:2:1であると仮定した上で配分率を算出してみた。

表1：補助金配分問題の事例

研究	1	2	3	4	合計
項目①	3	4	1	2	10
項目②	4	4	3	1	12
項目③	1	3	3	1	8
項目④	2	1	3	4	10
$2 \times ① + 3 \times ② + 2 \times ③ + 1 \times ④$	22	27	20	13	82
配分率	$22/82$	$27/82$	$20/82$	$13/82$	1

表1に示したとおり、項目間に唯一の価値基準・ウェイトを設定すれば、各研究の評価値は各々の項目値にウェイトを付けた総合点で表され、この比率に応じて容易に配分率を求めることができる。しかしここで、項目間に客観的な価値基準・ウェイトが存在しないという前提に立つて問題を考えてみたい。このとき、各々の大学には他大学の研究よりも優れている項目を重要視して欲しいというインセンティブが働き、各大学は自己の配分率が最大となるような基準・ウェイトを指向することになる。特に、客観的な価値基準が存在しないと考える以上、各大学が利己的にウェイトを選択することは何ら否定される行動とはならない。大学 k の利己的なウェイト選択行動は、DEAの「可変ウェイト」(文献[2]pp.12-13、文献[12]pp.10-11)の表記法を用いて次の最大化問題によって表すことができる。

$$\begin{aligned}
 c_k = \max_{w^k} & \frac{\sum_{i=1}^4 w_i^k x_{ik}}{\sum_{j=1}^4 \left(\sum_{i=1}^4 w_i^k x_{ij} \right)} \\
 \text{s.t. } & w_i^k \geq 0 \quad (i=1, \dots, 4).
 \end{aligned} \tag{1}$$

(1)では、 x_{ij} と w_i は、研究 j の項目 i における項目値と、項目 i に付けられるウェイトを、それぞれ表している。そして、目的関数式の分母と分子は、すべてのプレイヤーの総合評価値の合計と、研究 k の総合評価値を、それぞれ表している。すなわち、最大化問題(1)は、自己の配分率が最大となるように大学 k が都合の良いウェイト $w^k = (w_1^k, \dots, w_4^k)$ を選択することを意味している。なお、ここでは非常に緩い条件の下で各大学に自由なウェイト選択が許されている

が、問題によっては DEA の手法である「領域限定法」(文献[2]pp.152-159、文献[12]pp.79-83)を適用してウェイト選択をある程度制限する必要があることを、あらかじめ断っておく。

最大化問題(1)に従って各大学が都合の良いウェイトを指向するとき、各々の大学による評価値は表2に示すとおりとなる。

表2：各大学の利己的な評価

c_1	c_2	c_3	c_4	合 計
4/12	4/10	3/8	4/10	181/120 > 1

各々の大学が獲得できると独自に考える配分率を総計すると1を超え、すなわち、あらかじめ用意された補助金の額を超えてしまうことが確認される。これは、評価基準を巡ってプレイヤー間の意見調整が難航する状況を「個人的合理性と社会的最適性との乖離」(文献[9]p.23)という社会的ジレンマの形で定量的に表現し直したものである。ここに見られるジレンマを、本研究の中で新たに「エゴイストによるジレンマ (Egoist's Dilemma)」と呼ぶこととする。

2.2. 評価基準を巡る問題 2

次に、商店街に架けるアーケードの費用を店舗間で分担しなければならない問題について考えてみる。分担率を決定するに当たって、①「店舗の長さ」、②「収入」、③「顧客の数」に比例して分担するという3つの基準案が提案されたとする。表3では、与えられた評価値の下で、前節の補助金配分問題と同様にまずは、基準①～③の単位当たりの価値が1:3:2であると仮定した上で分担率を算出してみた。

表3：費用分担問題の事例

店舗	1	2	3	4	合計
項目①	10	5	5	4	24
項目②	2	3	3	4	12
項目③	3	4	2	3	12
$1 \times \text{①} + 3 \times \text{②} + 2 \times \text{③}$	22	22	18	22	84
分担率	22/84	22/84	18/84	22/84	1

前節の問題と同様に、唯一の価値基準・ウェイトを設定すれば容易に分担率を求めることができる。一方、項目間に客観的な価値基準が存在せず、各店舗は自己の分担率が最小になるような基準・ウェイトを指向すると考えてみたとき、店舗 k の利己的なウェイト選択行動は次の最小化問題によって表される。

$$\begin{aligned}
 d_k = \min_{w^k} & \frac{\sum_{i=1}^4 w_i^k x_{ik}}{\sum_{j=1}^3 \left(\sum_{i=1}^4 w_i^k x_{ij} \right)} \\
 \text{s.t. } & w_i^k \geq 0 \quad (i=1, \dots, 4).
 \end{aligned} \tag{2}$$

(1)と同様に(2)では、 x_{ij} と w_i は、店舗 j の項目 i における評価値と、項目 i に付けられるウェイトを、それぞれ表している。最小化問題(2)に従って各店舗が都合の良いウェイトを指向するとき、各々の店舗による評価値は表4に示すとおりとなる。

表4：各店舗の利己的な評価

d_1	d_2	d_3	d_4	合 計
2/12	5/24	2/12	4/24	17/24 < 1

この問題では、各々の店舗が独自に考える分担額を総計しても必要とされる額に到達しないことが確認される。前節の補助金配分問題とは逆の乖離現象として、「エゴイストによるジレンマ」が現れる。

2.3. 国連の分担金問題における「政治的な争い」

次に、国連の分担金問題という実在するグローバルな問題を取り上げてみたい。国際連合の維持運営費は加盟国の拠出金によって賄われており、各国の分担率を決定するに際して「GNPに応じて分担する」というルールが設定されている。しかしながら、基準とするGNPの評価方法について、為替レートや基準年の考え方に関して複数の方式が提案されており、結果として「諸国が自国の分担金を最小とするような方式を支持するという意味で、政治的な争いの場」(文献[11]p.131、傍点は引用者による)となっている。この国連の分担金問題は、前節で挙げた商店街のアーケードの費用分担問題と同じ構造を持っていることがわかるであろう。ジレンマ問題の理念型として捉えれば、商店街に架けられるアーケードの傘と世界に架けられる国連の安全保障の傘は同じ特徴を持っている。

上述の引用部にあるとおり、国際政治学者の田所昌幸は国連の分担金問題を「政治的な争い」と捉えている。この言葉から察せられるとおり、「エゴイストによるジレンマ」におけるプレイヤー間の争いには、いわゆる「経済的な争い・競争」とは異なる様相が含まれている。このことを簡単に整理しておきたい。

「エゴイストによるジレンマ」では、ある制度的な枠組みが存在し、すべてのプレイヤーはその枠組みに属している。そして、枠組みの中に存在するプレイヤーは費用分担の必要性や義務を十分に認識しており、分担率決定に際して必要となるルールの設定を是認している。また、プレイヤーがルールの設定を是認するということは、プレイヤーがルールに拘束されて行動することを意味する。自己の分担金の最小化を企図するプレイヤーの行動は、利益の極大化を目指してフリーライドしようとするある種の経済的行動と見なせないこともないが、その行動はルールに支配されており、プレイヤー間の争いは評価に関するルールの適切性・正当性を巡って発生している。「エゴイストによるジレンマ」は、プレイヤーが協力のための枠組みやルールの設定に合意しているにも関わらず、ルールの正当性を巡って最終的な合意に到達できない状況を表している。

2.4. 「政治的平等」の達成

「エゴイストによるジレンマ」においてプレイヤー間の合意を形成するための一つの方法は、客観的な価値基準の存在を前提として、唯一の評価基準・ウェイトを定めてすべてのプレイヤーをその基準に従わせることである。この方法に対して、本研究では客観的な価値基準の存在を前提としないアプローチを試みる。これは、前者のアプローチを適用することが適切である問題の

存在を決して否定するものではない。ただ、政治的な問題として以下のような議論が実際にある。

「主観的選好に代わるものとして古くから、個人的観点をこえた市民の利害というのがある。現在の市民の利害という場合、“利害”という言葉は、個人の主観的な選好は現在の外的な特性から導かれたり社会的ないし経済的地位に関連した客観的な利害の概念に準ずるもしくは下位にあることを含意している。・・・[しかしながら、] 現在の市民の主観的選好を、社会の名において個人的観点をこえて規定される利害より下位に置くことのメリットは、残念ながら明確ではない。利害の概念に関わる問題はもとより、今いない者を代弁する問題は、政治理論の昔から今にいたる議論の大部分をなしている。」（文献[3]p.147、邦訳では pp.216-217、[] 内は引用者による挿入）

もし仮に、客観的な価値基準の存在を前提とせず、個々のプレイヤーが自己に最も都合の良いウェイトを選択する「可変ウェイト」の考え方を前提としながら、それでもなおかつ平等性を兼ね備えた配分を達成できるようなアプローチが本研究において見出されたとするならば、上述のような議論が存在する以上、時としてそれは、より望ましい方法になるであろうと考える。このことに関連して、文献[3]の中でマーチとオルセンは次のようにも述べている。

「効率的な交換という考え方は、行為者が首尾一貫し、安定した、外生的な選好を持っていると想定している。ところが実際には、主観的に経験される政治的利害（選好）は、首尾一貫しておらず、安定せず、内生的である。」「政治的平等を達成しようと思うなら、多少冒険かもしれないが、外生的な選好や権力の概念にもとづく理論から内生的な選好の理論にウェイトをややシフトする必要があるだろう。」（文献[3]p.130, p.158、邦訳では p.192, p.232）

本研究のアプローチは、マーチとオルセンが言うところの政治的平等を達成しようとする試みの一つに位置付けることができる。

3. エゴイストによるジレンマ (Egoist's Dilemma)

本章では、以下の前提 1 の下で「エゴイストによるジレンマ」の発生を理論的に考察し、その後、費用分担・補助金配分問題と最小化・最大化問題の関係について簡単な整理を行う。

前提 1：すべてのプレイヤーは、評価に関するルールの枠組みを是認し、評価値行列の情報を共有する。

3.1. 費用分担（最小化）問題におけるジレンマの発生

前章「2.2. 評価基準を巡る問題 2」の商店街のアーケード問題を、プレイヤーが n 人、評価項目が m 個の費用分担問題に一般化すれば、プレイヤー k の利己的なウェイト選択行動は (2) を一般化した次の最小化問題によって表される。

$$d_k = \min_{w^k} \frac{\sum_{i=1}^m w_i^k x_{ik}}{\sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m w_i^k x_{ij} \right)} \quad (3)$$

$$s.t. \quad w_i^k \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m).$$

分数計画問題 (3) を次の線形計画問題 (4) に置き換えても最適解の値が変わらないことが、文献[1]によって証明されている (一般に Charnes-Cooper 変換と称される)。

$$\begin{aligned} d_k &= \min_{w^k} \sum_{i=1}^m w_i^k x_{ik} \\ \text{s.t. } & \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m w_i^k x_{ij} \right) = 1 \\ & w_i^k \geq 0 \quad (i=1, \dots, m). \end{aligned} \quad (4)$$

(3) から (4) への変換により、プレイヤーの利己的なウェイト選択行動を線形計画問題として分析することが可能となる。ここで、「エゴイストによるジレンマ」を表す次の定理が得られる。

定理 1 (エゴイストによるジレンマ)

$$\sum_{k=1}^n d_k \leq 1. \quad (5)$$

等号成立の必要十分条件は、
$$\begin{pmatrix} x_{11} \\ \vdots \\ x_{m1} \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} x_{12} \\ \vdots \\ x_{m2} \end{pmatrix} \propto \dots \propto \begin{pmatrix} x_{1n} \\ \vdots \\ x_{mn} \end{pmatrix}.$$

証明 先ず、プレイヤー k が選択する最適ウェイトを $w^{k*} = (w_1^{k*}, \dots, w_m^{k*})$ で表すこととする。

$$\sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ij} \right) = 1 \text{ を満たす任意の非負ウェイト } w = (w_1, \dots, w_m) \text{ を取れば、すべてのプレイヤー}$$

k について $\sum_{i=1}^m w_i^{k*} x_{ik} \leq \sum_{i=1}^m w_i x_{ik}$ が成り立つことから、

$$\sum_{k=1}^n d_k = \sum_{k=1}^n \left(\sum_{i=1}^m w_i^{k*} x_{ik} \right) \leq \sum_{k=1}^n \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) = 1$$

が成り立つ。等号が成立するためには、 $\sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ij} \right) = 1$ を満たす任意の非負ウェイト w に対し

て、すべてのプレイヤー k について、

$$\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} = \sum_{i=1}^m w_i^{k*} x_{ik} = d_k (\text{const.})$$

が成り立たなければならない。右辺に $\sum_{i=1}^m w_i \left(\sum_{j=1}^n x_{ij} \right) \left(= \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ij} \right) = 1 \right)$ を掛ければ、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m w_i x_{ik} &= d_k \cdot \sum_{i=1}^m w_i \left(\sum_{j=1}^n x_{ij} \right) \\ \sum_{i=1}^m w_i \left(x_{ik} - d_k \sum_{j=1}^n x_{ij} \right) &= 0. \end{aligned}$$

任意の w に対して上の恒等式が成り立つ条件は、 $x_{ik} = d_k \sum_{j=1}^n x_{ij} (i=1, \dots, m)$ である。この条件

がすべてのプレイヤーについて成り立つのは、

$$\begin{pmatrix} x_{11} \\ \vdots \\ x_{m1} \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} x_{12} \\ \vdots \\ x_{m2} \end{pmatrix} \propto \dots \propto \begin{pmatrix} x_{1n} \\ \vdots \\ x_{mn} \end{pmatrix}$$

のとき、かつ、このときのみである。

□

以上、費用分担（最小化）問題において、各項目の評価値を並べた評価値ベクトルの方向がすべてのプレイヤーについて完全に一致する——等号条件が成立する——稀有なケースを除いてジレンマが発生することを理論的に確認した。

3.2. 補助金配分（最大化）問題のケース

補助金配分問題におけるプレイヤー k の利己的なウェイト選択行動は、前節の最小化問題（4）の \min を \max に置き換えて、線形計画問題（6）によって表される。さらに、最小化問題のケー

スと同じく、 $\sum_{k=1}^n c_k \geq 1$ （補助金配分問題におけるジレンマ発生）が成立する。定理 1 と同様の手

順により確認できるので、証明については省略する。

$$\begin{aligned} c_k &= \max_{w^k} \sum_{i=1}^m w_i^k x_{ik} \\ s.t. \quad & \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m w_i^k x_{ij} \right) = 1 \\ & w_i^k \geq 0 \quad (i=1, \dots, m). \end{aligned} \tag{6}$$

3.3. プレイヤーの譲歩的なウェイト選択行動

これまでを簡単に振り返れば、本研究では客観的な価値基準の存在を前提としないで、すべてのプレイヤーが自己に最も都合の良いウェイトを選択することを前提とし、その結果として「エゴイストによるジレンマ」が発生することを見てきた。しかしここで、プレイヤーにとって最も

都合の悪いウェイトについても考察しておくこととしたい。何故ならば、客観的な価値基準が存在しない状況においては、各々のプレイヤーは最良のウェイトを選択しながらも最悪のウェイトが最終的に採択されるという危険性をも考慮しなければならないと考えられるからである。あるいは、悪いウェイトが採択されるかもしれないという心配があるが故に、各々のプレイヤーは最良のウェイトを声高に主張し合い、結果的に合意形成が困難になっているという側面もあると考えられる。その意味においては、最悪のウェイトはジレンマの発生と全く無関係ではない。

費用分担問題におけるプレイヤーにとって最悪なウェイト選択は最大化問題に相当し、また、補助金配分問題の場合には最小化問題に相当する。表 5 は、プレイヤーの行動についての解釈から双方の関係を整理したものである。

表 5：費用分担・補助金配分問題と最小化・最大化問題の関係

	最小化問題	最大化問題
費用分担問題	最も利己的な行動	最も譲歩的な行動
補助金配分問題	最も譲歩的な行動	最も利己的な行動

すなわち、費用分担、補助金配分、いずれか一つの問題の中で考えるとき、最小化問題と最大化問題は、一方がプレイヤーの最も利己的な行動を表現するのに対して、他方が最も譲歩的な行動を表現するものとなっている。

4. 提携形ゲーム——DEA ゲームの構築

本章では、以下の前提 2 の下で、ジレンマの問題に解を与えることのできる提携形ゲームを構築する。特に、費用分担の問題を取り上げて、説明していくこととする。

前提 2：すべてのプレイヤーは、評価に関するルールの枠組みから逸脱することなく、交渉に臨まなければならない。

4.1. 評価に関するルールの枠組みに属するプレイヤーの「効用」

問題をゲーム理論のフレームワークに載せるに先立って、本研究の問題における「効用」の考え方について確認しておく必要がある。

ゲーム理論の「効用」は、個人の選好の序列を数値化したものと定義されており、ゲームの結果に対してプレイヤーが持つ評価値として解釈されている。我々は理論を実際の問題に適用する際に、しばしばプレイヤーが獲得する客観的な利益を「効用」に置き換えて考えるが、これは客観的な利益を「効用」に置き換えることが適切である問題において、そのような置き換えを前提として理論の適用を行っているのである。

本研究の問題では、費用分担の問題でルールを設定を是認するプレイヤーは、アーケードや国連に対する価値を自律的に評価することはなく、ルールの下で「自らが支払っても良いと考える額（分担率）」を評価することになる。しかるに、「効用」がプレイヤーによる評価値であるとするならば、「ルールの設定の是認」及び「利己的なウェイト選択」をプレイヤーの行動の前提として、最小化問題 (4) の解 d_k の値をプレイヤー k の「効用」として扱っても解釈的に間違いではないはずである。以下では、 d_k がプレイヤー k の「効用」を表すものとしてゲームを構築していく。

4.2. プレイヤー間の合意に基づくルール選択を想定した提携形ゲーム

「エゴイストによるジレンマ」は、それぞれのプレイヤーが支持・主張するウェイトに一致を見ない状況から発生している。そこで、二人以上のプレイヤーが交渉を行い、支持するウェイトを一本化して一つの基準に合意するような「提携」を想定してみる。世の中には、このような支持や正当性の合意に基づく協力が確かに存在している（一般に「社会統合」として理解される）。

既存の提携形ゲームでは、客観的な利益・効用の増大を目指してプレイヤーが提携することを想定してきた。それからすれば、一つのウェイトに合意することでプレイヤーは如何なる利益を獲得するのかと疑問を持たれる向きがあるかもしれないが、その問題はひとまず脇へ置いておき、とりあえずプレイヤーを提携させてみることをお許し頂きたい。ただし、後に「提携」がプレイヤーの主観にもたらす変化を考察し、プレイヤーが獲得できる利益が存在することを確認する。

図1では、ジレンマの状況におけるプレイヤー1～3の提携を明示的に表している。

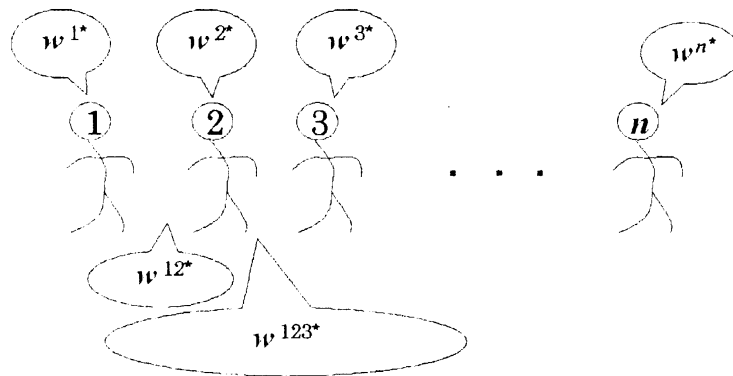


図1：プレイヤー間の合意に基づくウェイト選択

プレイヤー1と2が支持ウェイトを一本化させるとき、二人の支払い合計額が最小になるウェイトで合意することが、二人にとって最も望ましいと考えられる。このような合理的なウェイト選択を仮定すれば、プレイヤー1と2の提携は次の最小化問題(7)によって表される。

$$\begin{aligned}
 d_{12} &= \min_{w^{12}} \left(\sum_{i=1}^m w_i^{12} x_{i1} + \sum_{i=1}^m w_i^{12} x_{i2} \right) \\
 s.t. \quad & \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m w_i^{12} x_{ij} \right) = 1 \\
 & w_i^{12} \geq 0 \quad (i=1, \dots, m).
 \end{aligned} \tag{7}$$

最小化問題(4)と同様に、(7)においてもまたDEAの「可変ウェイト」の表記法が用いられている。すなわち、プレイヤー1と2の合意を表現する(7)は、提携{1,2}による利己的なウェイト選択をも意味している。ところで、「可変ウェイト」とは(4)や(7)のような最適化問題を解くことだと仮に考えたならば、その理解は十分でない。「可変ウェイト」の言葉が本来的に意味するのは、プレイヤーが持つウェイトが「固定」ではなく「可変」であるということである。いまここで、プレイヤー1と2の支持ウェイトが w^1, w^2 から w^{12} に変化することが観察されるで

あろう。このことは実は、協力しようとするプレイヤーの主観の中でウェイトに変化が生じることを表しているとして解釈できる。

プレイヤー間にウェイトの一本化を想定すればウェイトが変化するのは当然だと思われるかもしれないが、そもそもプレイヤーが持つウェイトを「固定」ではなく「可変」として扱わなければ、このような心理的一体感の醸成に基づく協力を表現することは困難だったであろう。また、本研究における提携の記述は、DEA においても十分に解釈されなかった「可変ウェイト」の新しい姿である。協力ゲーム理論と DEA の融合が、これまで数式理論の中で扱うことのできなかった現象の記述を可能にしているのである。

以下、(7) と同様に、プレイヤーの集合 $N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ のあらゆる部分集合について支払い合計額の最小化を通じたウェイトの合意を規定し、各提携における評価値（最小化問題の最適解 d ）を特性関数値と置けば、本研究における提携形ゲーム——DEA *min* ゲーム (N, d) が定義される。互いに交わらない任意の提携 S と T がさらに提携するとき、提携 $S \cup T$ の特性関数値 $d(S \cup T)$ は最小化問題 (8) により導出される。特に、空提携の特性関数値 $d(\phi)$ を 0 としておく。

$$\begin{aligned}
 d(S \cup T) = \min_w & \left(\sum_{k \in S} \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) + \sum_{k \in T} \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) \right) \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ij} \right) = 1 \\
 & w_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m).
 \end{aligned} \tag{8}$$

ゲーム (N, d) の全体提携の特性関数値 $d(N)$ は制約条件より 1 になる。

一方、最小化問題 (8) の \min を \max に置き換えた最大化問題を考え、特性関数を $c(\cdot)$ と置けば、DEA *min* ゲーム (N, d) と同様に DEA *max* ゲーム (N, c) を定義できる。DEA *min* ゲームと同じく $c(\phi) = 0$ と置き、また、同じく $c(N) = 1$ の成立を確認することができる。

以上のとおり構築した DEA ゲーム——全体提携の特性関数値が 1 となる提携形ゲーム——を用いて、プレイヤー間の分担・配分をシャープレイ値や仁などの協力ゲームの解として求めることが可能となった。DEA ゲームの解については、特にシャープレイ値を取り上げて次章にて考察を行う。しかしその前に、本章の残りの節を使って、DEA ゲームの「提携」についてさらに考察してみる。非常に興味深いことに、我々はゲームの中に「政治的な」構造を見出すことができる。

4.3. ゲームに含まれる「政治的なものの概念」

前章「3.3. プレイヤーの譲歩的なウェイト選択行動」にて、費用分担問題における最小化問題と最大化問題は、前者がプレイヤーにとって最良のウェイト選択を表現するのに対して、後者が最悪のウェイト選択を表現することを確認した。それぞれのウェイト選択行動についてプレイヤー間の提携を想定したゲームが、 (N, d) と (N, c) という二種類の DEA ゲームである。この二つのゲームの関係について、さらに次の定理が得られる。

定理 2 (Dual Game の性質) 任意の提携 $S \subset N$ に対して次の等式が成立する。

$$d(N - S) = 1 - c(S). \tag{9}$$

証明 $d(N-S)$ を導出する最小化問題の目的関数式を以下のように変形することで確認できる（制約式は省略）。

$$\begin{aligned} d(N-S) &= \min_w \sum_{k \in N-S} \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) = \min_w \left(\sum_{k \in N} \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) - \sum_{k \in S} \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) \right) \\ &= \min_w \left(1 - \sum_{k \in S} \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) \right) = 1 - \max_w \sum_{k \in S} \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) = 1 - c(S). \end{aligned}$$

□

提携 S と提携 $\{N-S\}$ の間で一定量の利得を分け合う構図は、協力ゲーム理論では「定和協力 n 人ゲーム」として既に一般的であり、等式 (9) を満足する $d(\cdot)$ と $c(\cdot)$ の関係については、 (N, d) と (N, c) は互いが互いの *Dual Game* である、といった言い方が一般にされる。特に、DEA ゲームにおいて特徴的であるのは、*Dual* の関係にある $d(\cdot)$ と $c(\cdot)$ がそれぞれ最良と最悪のウェイト選択行動を意味し、さらに、提携 $\{N-S\}$ にとって最良のウェイトと提携 S にとって最悪のウェイトが一致することである（定理 2 の証明の等式変換の中で示される）。

いま、提携 S を“自分・自分達”の社会的結合を表す「われわれ集団」、提携 $\{N-S\}$ を“自分達以外”を表す「他者集団」にそれぞれ擬えれば、「われわれ集団が行う評価において最悪となる基準」が「他者集団にとって最良の基準」になっているのだと理解できる。要するに、このような排反する集団間の基準を巡る対立的な関係が、評価に関するルール of 枠組みの中で一義的に規定されるわけである。そして、枠組みに属するプレイヤー達は、枠組みに本来的に備わるこの対立的な関係の下に必然的に置かれることになる。少し整理して言い換えれば、プレイヤーがルール of 枠組みに従って自己にとって最悪の状況の評価をするとき、自ずとその基準は「他者集団」が追求する基準と一致し、究極的な意味において、枠組みの下に存在するプレイヤーは常に潜在的な対抗者として存在する「他者集団」と、基準の正当性を巡って対峙することになる。

ドイツの公法学者・政治学者のカール・シュミットは、その古典的な名著『政治的なものの概念』の中で、政治的な行動がすべてそこに帰着しうるような固有の究極的な識別徴標を、「友か敵か」すなわち「友・敵」関係として捉えた。「道徳的なものの領域においては、究極的区別とは、善と悪とであり、美的なものにおいては美と醜、経済的なものにおいては利と害、たとえば採算がとれる、とれない」（文献[8]p.14）であるように、これら他の領域における区別から独立した政治に特有の標識・区別を求めれば、それは「友・敵」関係になる、とシュミットは説明している。興味深いことに、シュミットが述べる「友」に対する「敵」の位置付けは、定理 2 に代表される DEA ゲームの提携 S に対する提携 $\{N-S\}$ に非常に良く類似している。以下に、「友・敵」理論の関連する重要な部分を抜粋してみる。

「政治的な行動や動機の基因と考えられる、特殊政治的な区別とは、友と敵という区別である。・・・友・敵の区別は、結合ないし分離、連合ないし離反の、もっとも強度なばあいをあらわすという意味をもち、・・・敵とは、他者・異質者にほかならず、その本質は、とくに強い意味で、存在的に、他者・異質者であるということだけで足りる。」「友・敵概念は、隠喩や象徴としてではなく、具体的・存在論的な意味において解釈すべきである。」「敵とはただ少なくとも、ときとして、すなわち現実的可能性として、抗争している人間の総体——他の同類の総体と対立してい

る——なのである。敵には、公敵な敵しかいない。・・・敵とは公敵であって、ひろい意味における私仇ではない。」(文献[8]pp.15-16, p.17, pp.18-19、傍点は邦訳原文どおり)

シュミットは、さらに、友・敵は「第一義的に政治的な区別」であるとして、この「区別のほかに、しかもこの区別に守られて、『政治的』という数多くの二次的な概念が生じてくる」と整理して論じている(文献[8]p.21、傍点は邦訳原文どおり)。逆に言えば、シュミットは、目に見える数多くの二次的な政治現象の奥に潜在する第一義的な「友・敵」関係を捉えて、それを「政治的なものの概念」として表したのである。

定理2は、DEAゲームのモデルの範囲内において、シュミットの「友・敵」理論を表現できると考えることができる。すなわち、「友・敵」関係を、さらに科学的な知識として表すことを可能にしているのである。言うまでも無く、DEAゲームは、提携 S と提携 $\{N-S\}$ の対立をモデル化した「定和協力 n 人ゲーム」やDual Gameの理論的蓄積の上に存在している。と同時に、DEAゲームは現実の問題から供給されたゲームでもある。多基準型の問題を設定して「可変ウェイト」を導入し、実在する「政治的な争い」をモデル化したことによって、基準の正当性を巡って対立する「友・敵」関係の存在とその自然発生的メカニズムを初めて理論的に提示できたのである。

画一的な理解に陥る危険性には十分に留意しなければならないが、分野や手法の垣根を乗り越えて「政治的なものの概念」の上に新たな科学を確立したことの貢献は極めて大きいと考える。行く行くは垣根を越えて、広く知識の共有及び理解の促進に寄与し、さらに、その上で“新たな分析”が展開されることも期待できる。

更なる特徴として、DEAゲームは、プレイヤーの主観的な評価を内生化させたゲームである。「われわれ集団」と「他者集団(われわれ集団以外)」を認識するプレイヤーどうしが提携するときには、互いの認識の中で互いが互いを「他者集団」から「われわれ集団」に移し換えることになるが、DEAゲームでは、このようなプレイヤーの認識変化が「提携」の本質的部分を構成することになる。プレイヤーの認識変化は「提携」に伴う環境の変化と全く無関係ではないが、認識変化と物理的变化は基本的に異なるということに、特に注意されたい。その上で、DEAゲームの「提携」について、さらに考察を加えてみる。

4.4. ゲームの加法性——「提携」に伴うプレイヤー間の妥協と安心

DEAゲーム (N, d) について次の定理が得られる。

定理3 DEAゲーム (N, d) は優加法性を満たす。

証明 互いに交わらない任意の提携 S と T に対して、提携 $S \cup T$ の特性関数値を導出する最小化問題(8)の目的関数式を以下のように変形することで、優加法性を確認できる(制約式は省略)。

$$\begin{aligned} d(S \cup T) &= \min_w \left(\sum_{k \in S} \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) + \sum_{k \in T} \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) \right) \\ &\geq \min_w \sum_{k \in S} \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) + \min_w \sum_{k \in T} \left(\sum_{i=1}^m w_i x_{ik} \right) = d(S) + d(T). \end{aligned}$$

□

ゲーム (N, d) の優加法性は、プレイヤーが提携——支持ウェイトを一本化——するときには、プレイヤーの主観の中で「自らが支払っても良いと考える額(分担率)」が増大することを意味し

ている。プレイヤー間の結束が妥協を通じて行われるということであり、また逆に、妥協が無ければ結束が成立しないということでもある。もちろん、このようなプレイヤー間の結束・妥協が必然的に発生すると、ここで言うつもりは全くない。ただここまでは、プレイヤーによる主観的な評価を生内化したモデルにおいて、支持ウェイトを一本化するプレイヤー間の結束を想定したときに、プレイヤーの主観的なウェイトに妥協を表す変化が生じることを観察したのである。

一方、定理3と同様の手順で、DEA *max* ゲーム (N, c) は劣加法性を満たすことが確認できる。すなわち、互いに交わらない任意の提携 S と T に対して、特性関数 $c(\cdot)$ は次の不等式を満たす。

$$c(S \cup T) \leq c(S) + c(T). \quad (10)$$

費用分担問題における DEA *max* ゲーム (N, c) の劣加法性は、プレイヤー間の結束を通じてプレイヤーが評価する最悪の状況が緩和されることを意味していると理解できる。すなわち、他のプレイヤーとの結束を通じてプレイヤーが「安心」を感じることができるということであり、このような「安心感」の存在が理論的に証明されるのである。先述したとおり、DEA ゲームにおいてプレイヤーの主観的な評価が変化するのは、プレイヤーの認識変化に本質的に依拠している。そこで、プレイヤーが自己の認識変化から直接的に最悪の状況の緩和を認知できるのならば、プレイヤーの認識の中で、敵から友への「移し換え」と、第一義的に得られる「安心感」とが、分ち難く結びつくことになるであろう。そうであるとすれば、プレイヤーは物理的な変化からではなく、「結束」そのものに「安心」を感じることができるとする解釈が自然なものとなる。

「安心感」の存在は、プレイヤーが結束し合う目的要因の一つを形成し得るものとなる。このような協力が世の中に存在し得ることを理論的に提示できたことは、“社会的な協力”をより広く深く理解していく上で、極めて示唆に富むものになると考える。

4.5. ゲームが記述するプレイヤー間の結合と分離

先にも述べたとおり、ゲームのシャープレイ値についての考察を次章にて行うが、それは全体提携の形成を前提とする言わば規範的な分析として位置付けられる。その前に、本章の最後となる本節において、記述的な観点から DEA ゲームの提携形成の可能性について簡単に言及しておく。

DEA ゲームにおいて、枠組みの下に存在するプレイヤーどうしの提携は「安心」を生み出すと同時に「妥協」が必要になることを、前節までに確認してきた。特にゲームの中では、任意の提携に対する安心と妥協が、特性関数 $c(\cdot)$ 及び $d(\cdot)$ の提携に対する限界的な値として定量的に算出される。そこで、得られる安心量と必要となる妥協量とを比較考量しながら提携行動を決定するプレイヤーを仮定することによって、プレイヤー間の自然発生的な結合・分離の縮図を模擬することが可能となってくる。イメージ的には、支持ウェイトが近いプレイヤー間で結合が促進し、最終的に全体提携に到達するか、あるいは、途中の段階で支持ウェイトが乖離するプレイヤー間で結合が滞る——分離が起こる——ような図式で表現されるものとなるであろう。このようなモデル化に関連して、高田保馬は次のように現実社会を洞察している。

「全体社会内部に於て、結合と分離とは併存し交錯する。ただ、結合のみ存するといふのは天使の社会として考えられうところであり、現実には於ける人間の社会に於ては何等かの程度に於ける分離の介入を免れないであらう。進みていふならば、結合が定量をもつものと見なければ社会の現実が解釈し理解せられがたく、・・・」(文献[10]p.226)

これは、高田が提起した有名な「結合（分離）定量の法則」に関するくだりである。高田の考察は非常に奥深い、それは定性的な考察に基づいた「定量の法則」である。DEA ゲームの利用は、モデルの範囲内ではあるが、この結合・分離の問題を定量的に分析することを可能にする。プレイヤーの数、評価項目の数、評価値行列、プレイヤーの行動条件を様々に違えて模擬・考察することによって、結合・分離に関する性質を定量的に特徴付けることが期待できる。

5. DEA ゲームの主要な数学的性質

本章では、DEA ゲームの特徴的な数学的性質の中から特にシャープレイ値と凸性に関するものを取り上げて紹介する。

5.1. シャープレイ値の一致

シャープレイ値は協力ゲーム理論における代表的な解の概念である。提携形ゲーム (N, v) におけるプレイヤー i のシャープレイ値 $\phi_i(v)$ は次のとおり定義される（文献[6]、文献[7]p.343）。

$$\phi_i(v) = \sum_{S: i \in S \subset N} \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!} \{v(S) - v(S - \{i\})\} \quad (s: \text{提携 } S \text{ のメンバー数}), \quad (11)$$

シャープレイ値は、 n 人のプレイヤーがランダムな順序で全体提携 N を形成するとき、プレイヤー i の提携に対する限界貢献度 $v(S) - v(S - \{i\})$ の期待値となっている。*Dual Game* のシャープレイ値は同じであることが協力ゲーム理論において一般に知られており、DEA ゲームに関しては次の定理が得られる。

定理 4 DEA *min* ゲーム (N, d) と DEA *max* ゲーム (N, c) は、互いが互いの *Dual Game* であることから、そのシャープレイ値は同じになる。

$$\text{証明} \quad \phi_i(c) = \sum_{S: i \in S \subset N} \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!} \{c(S) - c(S - \{i\})\}.$$

$c(S) = 1 - d(N - S)$ 及び $c(S - \{i\}) = 1 - d(N - S + \{i\})$ であることから、

$$\begin{aligned} &= \sum_{S: i \in S \subset N} \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!} [1 - d(N - S) - \{1 - d(N - S + \{i\})\}] \\ &= \sum_{S: i \in S \subset N} \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!} \{d(N - S + \{i\}) - d(N - S)\}. \end{aligned}$$

$S' = N - S + \{i\}$ と置いて、さらに S' のメンバー数を s' と置けば、

$$= \sum_{S': i \in S' \subset N} \frac{(s'-1)!(n-s')!}{n!} \{d(S') - d(S' - \{i\})\} = \phi_i(d).$$

□

この定理 4 は、すべてのプレイヤーが最も利己的である場合と最も譲歩的である場合の二つのケースについて、如何なるゲームにおいてもシャープレイ値による配分が完全に一致することを示している。シャープレイの公理系の性質に加えて、「政治的な争い」におけるシャープレイ値は

極めて均整の取れた配分となっており、プレイヤー間の妥協点として相応しい解であると考えることができる。特に、定理 4 の性質は非常に明解である。明解であることは、ヒトへの説明、ヒトによる理解を容易にし、さらにヒトが認識を共有することで、それは特別な意味を持つ配分点と成り得る。必ずしもプレイヤーにとって受容可能でなくとも、シャープレイ値の解は、交渉・決定の過程の中で、時と場に応じた適切な利用の仕方を通じて、関係者の意識・注意が集まる「フォーカル・ポイント」(文献[5]p.57)を形成し得るものとなる。

表 6 では、2 章「2.2. 評価基準を巡る問題 2」で挙げた補助金配分問題におけるシャープレイ値の算出例を示している。ゲーム (N, c) とゲーム (N, d) のシャープレイ値は同じであり、プレイヤーの利己的な評価よりも小さく譲歩的な評価よりも大きい配分として算出されている。

表 6 : 補助金配分問題におけるシャープレイ値の算出例

研究	1	2	3	4	合計
項目①	3	4	1	2	10
項目②	4	4	3	1	12
項目③	1	3	3	1	8
項目④	2	1	3	4	10
最も利己的な (最大化による) 評価	0.333	0.4	0.375	0.4	1.508
最も譲歩的な (最小化による) 評価	0.125	0.1	0.1	0.083	0.408
ゲーム (N, c) のシャープレイ値	0.229	0.271	0.260	0.240	1
ゲーム (N, d) のシャープレイ値	0.229	0.271	0.260	0.240	1

5.2. 凸性についての考察

最後に、DEA ゲームの凸性について考察してみる。提携形ゲーム (N, v) が凸ゲームであるとは、任意の提携 S と T に対して次の不等式が成り立つことである (文献[7]p.313)。

$$v(S) + v(T) \leq v(S \cup T) + v(S \cap T). \quad (12)$$

定理 3 において DEA ゲーム (N, d) が優加法性を満たすことを確認しているが、それは必ずしも凸ゲームにならないことが次表の反例によって確認できる。

表 7 : DEA ゲームの凸性の反例

プレイヤー	A	B	C	D
項目①	10	5	4	1
項目②	3	3	1	1
項目③	4	2	1	1

表 7 の問題において $S = \{AB\}$, $T = \{AD\}$ と置いたとき、 $S \cup T = \{ABD\}$, $S \cap T = \{A\}$ であり、 $d(S) = 0.75$, $d(T) = 0.5$, $d(S \cup T) = 0.8$, $d(S \cap T) = 0.375$ となる。このとき、 $d(S) + d(T) = 1.25 > 1.175 = d(S \cup T) + d(S \cap T)$ であり、凸ゲームではない。

ただし、凸性を満たすような DEA \min ゲームは数多く存在する。特に、凸ゲームの定義に関連

して、次の定理が得られる。

定理 5 $S \cup T = N$ である任意の提携 S と T に対して次の不等式が成り立つ。

$$d(S) + d(T) \leq 1 + d(S \cap T). \quad (13)$$

証明 ゲーム (N, c) の劣加法性より次の不等式が成立する。

$$c(S - S \cap T) + c(T - S \cap T) \geq c(\{S - S \cap T\} + \{T - S \cap T\}). \quad (14)$$

定理 2 より、 $c(\{S - S \cap T\} + \{T - S \cap T\}) = 1 - d(S \cap T)$ 、 $c(S - S \cap T) = 1 - d(T)$ 及び $c(T - S \cap T) = 1 - d(S)$ が成立する。よって、不等式 (14) は以下のとおりになる。

$$\begin{aligned} \{1 - d(T)\} + \{1 - d(S)\} &\geq 1 - d(S \cap T) \\ d(S) + d(T) &\leq 1 + d(S \cap T). \end{aligned}$$

□

さらに、定理 5 を利用して次の定理が得られる。

定理 6 3 人 DEA *min* ゲーム (N, d) は凸ゲームである。

証明 定理 5 より、プレイヤー i, j, k に対して、次の不等式が成り立つ。

$$d(\{i, k\}) + d(\{j, k\}) \leq d(\{i, j, k\}) + d(\{k\}). \quad (15)$$

□

また、定理 5 及び定理 6 と同様の手順により、3 人 DEA *max* ゲーム (N, c) が凹ゲームであることを確認できる。

6. まとめ

本稿では、著者らが新しく構築した「DEA ゲーム」を紹介してきた。最初に、DEA の「可変ウェイト」の表記法を用いて「評価基準を巡る意見調整の難航」を記述することにより、プレイヤー間にジレンマ的状况——「エゴイストによるジレンマ (Egoist's Dilemma)」が発生することを理論的に確認した。その上で、プレイヤー間の結束を定式化することにより、提携形ゲームのフレームワークの上で問題を議論することを可能にした。さらに、ゲームの主要な数学的性質について考察し、プレイヤーの利己的な行動と譲歩的な行動から導出される二種類のシャーププレイ値が一致すること、及び、3 人ゲームが凸ゲーム又は凹ゲームになることを確認した。

DEA ゲームは、DEA とゲーム理論を用いて構築したゲームである。DEA は、多基準型の評価問題において、基準を統一する従来の思考から離れて多基準の世界を多基準のまま評価することを可能とする手法である。その最も重要となる概念は「固定ウェイト」に対する「可変ウェイト」の考え方であり、本研究では、この「可変ウェイト」を初めてゲーム理論の分野に導入した。恐らく「可変ウェイト」の導入が無ければ、評価基準を巡ってプレイヤーどうしが争い、そして妥

協が発生し得るという現象を数式理論の中で捉えることは困難であったと考える。また、理論のフレームワークから外れることなく現象を記述・整理できたことは、社会科学の分析においてゲーム理論が極めて優れたツールであり、その理論的な基盤が非常に堅固なものであることを物語っている。二種類のシャープレイ値が一致することを見たときには、先人達の貢献を通してゲーム理論の奥深さを痛感した。

基準の統一化・固定化を前提とするアプローチを適用することが適切である問題は、世の中に確かに存在していると思う。しかしながら、評価基準を巡る問題は様々な形で枚挙に暇がないほど現実社会に存在している。本研究の中で問題に新しい固有のジレンマの名称を付与したのは、異なる前提からも実社会の現象を観察できるような概念レンズないし理念型モデルを確立しておくことが重要であると考えたからである。

DEA ゲームの応用としては、4章「4.5. ゲームが記述するプレイヤー間の結合と分離」において述べた分析ツールとしての使用が一つである。その他、問題解決に向けてシャープレイ値などの協力ゲームの解を利用することも、もちろん可能である。現在、著者らは、2章「2.3. 国連の分担金問題における『政治的な争い』」において述べた国連分担金問題への DEA ゲームの適用を検討している。また、現場の意見を色々集めてみると、実際に多基準型の評価が絡む配分問題に直面している組織や事業所は少なくないようであり、DEA ゲームの実用性は非常に高いと思われる。さらに、配分問題に限らずとも DEA や AHP (Analytic Hierarchy Process) が対象としてきた一般的な多基準型の評価問題に対して、特に政治的なイシューでは、主体間の提携を考慮に入れた DEA ゲームの適用が望ましい場合も有り得るであろう。例として、NATO や日米等の同盟諸国の貢献度評価や都市の「住みやすさ」の比較評価などへの適用が考えられる。

謝辞 DEA ゲームの「提携」について貴重なコメントを下さった筑波大学社会工学系の山本芳嗣先生と、*Dual Game* のシャープレイ値の性質についてご教授頂いた早稲田大学政治経済学部の船木由喜彦先生には、心から感謝申し上げます。

【参考文献】

- [1] Charnes, A. and Cooper, W.W., 1962, "Programming with Linear Fractional Functionals," *Naval Research Logistics Quarterly*, 15, 333-334.
- [2] Cooper, W.W., Seiford, L.M. and Tone, K., 1999, *Data Envelopment Analysis — A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*, Kluwer Academic Publisher.
- [3] March, J.G. and Olsen, J.P., 1989, *Rediscovering Institutions — The Organizational Basis of Politics*, The Free Press. 遠田雄志 (訳) 1994 『やわらかな制度 — あいまい理論からの提言』 日刊工業新聞社.
- [4] Nakabayashi, K. and Tone, K., 2003, "Egoist's Dilemma: A DEA Game," *GRIPS Research Report Series 1-2003-0002*.
- [5] Schelling, T.C., 1980, *The Strategy of Conflict [1980 ed.]*, Cambridge, MA: Harvard University Press.
- [6] Shapley, L.S., 1953, "A value for n -person games," in Kuhn and Tucker (eds.), *Contributions to the Theory of Games*, Vol. II, 305-317.
- [7] 岡田章 1996 『ゲーム理論』 有斐閣.
- [8] カール・シュミット著、田中浩・原田武雄訳 1970 『政治的なものの概念』 未来社.
- [9] 木村邦博 2002 『大集団のジレンマ』 ミネルヴァ書房.
- [10] 高田保馬 1941 『改訂 社会学概論』 岩波書店.
- [11] 田所昌幸 1996 『国連財政』 有斐閣.
- [12] 刀根薫 1993 『経営効率性の測定と改善 — 包絡分析法 DEA による』 日科技連.